

1. Мищенко М.А., Шалфеев В.Д., Матросов В.В. *Изв. вузов. ПНД* **20(4)** (2012) 122
2. Matrosov V.V., Mishchenko M.A., Shalfeev V.D. *Eur. Phys. J. Spec. Top.* **222(10)** (2013) 2399
3. Мищенко М.А., Жукова Н.С., Матросов В.В. *Изв. вузов. ПНД* **26(5)** (2018) 6
4. Simonov A.Yu., Gordleeva S.Yu., Pisarchik A.N., Kazantsev V.B. *JETP Letters* **98(10)** (2013) 632

Соленоиды Смейла – Вильямса в автономной модели связанных осцилляторов с гомоклинической бифуркацией “восьмерки”

Круглов В.П., Сатаев И.Р

Саратовский филиал ИРЭ РАН, Саратов

В статье [1] была предложена автономная система с однородно гиперболическим аттрактором Смейла – Вильямса [2, 3], составленная из двух осцилляторов, в которых наблюдается гомоклиническая бифуркация “восьмерки” [4, 5]. Было продемонстрировано существование соленоида Смейла – Вильямса с утроением угловой переменной за одно действие отображения Пуанкаре. Мы предлагаем модификацию, приводящую к появлению соленоида Смейла – Вильямса с удвоением угловой переменной. Мы исследуем сценарии возникновения соленоидов Смейла – Вильямса в этих моделях.

Модель основана на осцилляторе следующего вида:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= u, \\ \dot{u} &= (1 - x^2)x + [L - (1 - x^2)^2]u,\end{aligned}\tag{1}$$

в котором при значении $L \approx 0.3197$ происходит “влипание” предельных циклов в петли, образованные асимптотическими траекториями седла. Мы изучаем две связанные подсистемы (1) с обобщенными координатами x и y и скоростями u и v , а уравнения записываем в комплексной форме:

$$\begin{aligned}\dot{z} &= w, \\ \dot{w} &= (1 - |z|^2)z + [L - (1 - |z|^2)^2]w + \varepsilon w^M,\end{aligned}\tag{2}$$

где $z = x + iy$, $w = u + iv$. Введем угловую переменную θ как аргумент комплексной переменной $z \propto \exp i\theta$. Когда траектория близка к седловому положению равновесия в начале координат, угловая переменная θ растягивается в M раз благодаря дополнительному слагаемому εw^M , то есть подвергается растягивающему отображению окружности $\theta_{n+1} = M\theta_n + \text{const} \pmod{2\pi}$ при каждом возвращении траектории к седлу. Мы рассматриваем модели с фактором растяжения M , равным 2 и 3. По остальным направлениям в фазовом пространстве (2) происходит сильное сжатие. Описанная динамика соответствует соленоиду Смейла – Вильямса. Для того, чтобы продемонстрировать описанное преобразование фазового пространства, мы используем сечение Пуанкаре потоковой системы (2) поверхностью $S = |z|^2 = 1$, находящееся достаточно далеко от седлового положения равновесия в начале координат.

Работа выполнена при поддержке РНФ, грант No 17-12-01008.

1. Круглов В.П., Хаджиева Л.М.-Б. *Известия вузов. ПНД* **24** (2016) 54–64.
2. Smale S. *Bull. Amer. Math. Soc.* **73** (1967) 747–817.
3. Williams R. *Inst. Hautes Etudes Sci. Publ. Math.* (1974) 169–203.
4. Неймарк Ю.И. Метод точечных отображений в теории нелинейных колебаний. М.: Наука, 1972. 129–135.
5. Бутенин Н.В., Неймарк Ю.И., Фуфаев Н.Л. Введение в теорию нелинейных колебаний. М.: Наука, 1987. С. 303

Эффект ложных связей между осцилляторами в зависимости от длины временного ряда и измерительного шума

Крылов С.Н., Смирнов Д.А., Безручко Б.П.

СарГУ, Саратов

Количественная оценка направленных связей (воздействий) между колебательными системами по временным рядам важна для многих задач на практике, например, в геофизике и нейрофизиологии. В таких случаях часто используется оценка причинности по Грейнджеру, т.е. оценка улучшения прогноза (УП) одного процесса при учете данных о другом по сравнению с индивидуальным прогнозом. Нормированное УП считается оценкой силы воздействия, а значения УП в несколько процентов могут означать значительное долгосрочное влияние связи на динамику [1]. Ненулевые УП в обе стороны часто считают признаком двунаправленной связи, но возможны и ложные выводы (эффект ложных связей), например, из-за измерительного шума или короткой длины временного ряда. Поэтому важно учитывать априорную информацию об этих факторах и ввести в метод поправки или хотя бы диагностировать возможные трудности. Если для некоторого достаточно широкого класса систем установить области в пространствах параметров, соответствующие большим значениям УП в ложную сторону, то на практике, имея приближенную информацию о параметрах процессов, можно судить о достаточности оценок УП или необходимости специальных подходов, учитывающих возможный эффект ложных связей.

В работе исследована зависимость значений УП в ложную сторону от параметров динамики для достаточно простого класса однонаправленно связанных колебательных систем – линейных стохастических диссипативных осцилляторов – в зависимости от уровня измерительного шума и длины временного ряда. Эти системы задаются стохастическими разностными уравнениями:

$$x_n = a_x x_{n-1} + b_x x_{n-2} + \xi_{x,n}, \quad y_n = a_y y_{n-1} + b_y y_{n-2} + \xi_{y,n} + c x_{n-1} \quad (1)$$

где $a_{x,y} = 2\cos(2\pi/T_{x,y})\exp(-1/\tau_{x,y})$, $b_{x,y} = -\exp(-2/\tau_{x,y})$, T – периоды колебаний, τ – времена релаксации, ξ – гауссовы взаимно некоррелированные белые шумы с нулевым средним и одинаковой интенсивностью. Значения УП вычислялись через определители матричной ковариационной функции многомерного процесса (1) путем решения дифференциальных уравнений для моментов второго порядка (для анализа роли измерительного шума) и путем статистического оценивания по временным рядам (для анализа роли длины временного ряда).